

عنوان مقاله: بازشناخت اراده عمومی

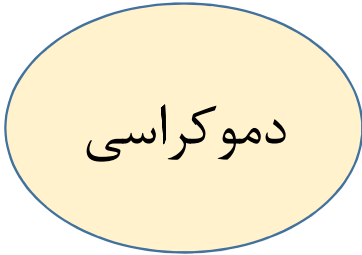
نویسنده: آنتون ستوتزل

مترجم: عبدالحسین نیک گهر

منبع: نامه علوم اجتماعی ۱۳۵۶ شماره ۷

صص ۶۶-۷۹

- اراده عمومی را چگونه می توان باز شناخت؟ این سوال اصلی هر کشوری است که بر اساس دموکراسی اداره می شود. ولی ظاهراً متوالی ساده لوحانه است، زیرا کافی است به رای گیری مبادرت کرد و اراده عمومی را با انتخابی که اکثریت آرا را به دست می دهد، اعلام کرد.



دموکراسی

- وقتی «انتخاب ها» میان دو چیز باشد، وقتی که باید میان جمهوری خواهان و دموکرات ها، میان «ویگ» (Whigs) و «توری» (Tories) صلح و جنگ، تسلیم یا پایداری انتخاب کرد، شیوه رای گیری مطمئن است.

- اما همین که لااقل سه «انتخاب شدنی» و سه انتخاب کننده در پیش باشد وضعیت فرق می کند. و اما در امور سیاسی، اقتصادی و اجتماعی عموماً با سه انتخاب یا بیشتر سر و کار داریم. کندرسه (Condorcet) به نظر می رسد اولین کسی باشد که مشکل را گوشزد کرده است. و شاید شناخت کارهای او سازمان انتخاب ریاست جمهوری فرانسه را به صرفات انداخته است که در دور دوم فقط دو نامزد در برابر یکدیگر قرار گیرند.

الف - کارهای کندرسه



• ۱ - «پاراداکس» کندرسه (۱۷۴۳-۱۷۹۴)

• به هنگام انقلاب کبیر، زمانی که فرانسه صاحب اولین قانون اساسی دموکراتیک خود می شد مارکی دو کندرسه عمیقاً به مسئله قاعده اکثریت اندیشیده بود. او از «پاراداکس» عجیبی شگفت زده شده بود: همین که بیش از دو نامزد (یا دو انتخاب شدنی) در برابر هم باشند، امکان دارد نامزدی که اکثریت را به دست می آورد همانی نباشد که از سوی انتخاب کنندگان ترجیح داده شده است.

کندرسه

- یک مثال فرضی و ساده در نظر بگیریم. صد و پنج انتخاب کننده باید میان سه نامزد آینده، برنارد و شارل انتخاب کنند. همه عقیده ای ابراز کرده اند. نتایج بدست آمده عبارتند از : آندره ۴۰ رای برنارد ۲۵ رای، شارل ۳۰ رای، مجموع ۱۰۵ رای.
- اکثریت معلوم است- یا لااقل این طور به نظر می رسد. آندره انتخاب شده، حال آنکه در حقیقت شارل است که ترجیح داده شده است. چگونه چنین چیزی ممکن است؟ ما ترجیح ۱۰۵ انتخاب کننده را می شناسیم. ده انتخاب کننده آندره را به برنارد و برنارد را به شارل ترجیح داده اند، ترکیب ABC سی انتخاب کننده آندره را به شارل و شارل را برنارد ترجیح داده اند ترکیب ABC و غیره.

- جدول کامل ترجیحات ۱۰۵ انتخاب کننده را برای سه نامزد که از این جا به بعد آن ها را به اختصار A و B و C خواهیم نامید، می نویسیم.
- شش وضعیت برای ترتیب سه انتخاب شونده مثل A , B, C وجود دارد که عبارتند از :
- ۱-ABC ۲-ACB ۳-BAC ۴-BCA ۵-CAB ۶-CBA افرادی که این انتخاب ها را کرده اند N1 و N2 و N3 و غیره، جمع عددیشان به صورت زیر است:

١-	ABC	N_1	١٠
٢-	ACB	N_2	٣٠
٣-	BAC	N_3	١٠
٤-	BCA	N_4	٢٥
٥-	CAB	N_5	١٠
٦-	CBA	N_6	٢٠

جمع

N

١٠٥

- انتخاب شده است چون که ترکیب ABC و ACB در مجموع $N1+N2$ یعنی $10+30=40$ بوده است

- B دوم است چون: $N3+N4=10+25=35$

- C سوم است چون: $N5+N6=10+20=30$

- مع هذا جزئیات این انتخاب ها را بررسی کنیم.

- در ترکیب های ABC و ACB و CAB می بینیم که A به B ترجیح داده شده است. یعنی به وسیله افراد $N1+N2+N3=10+30+10=50$

- در همان نگاه اول معلوم می شود که ۵۵ نفر B را A ترجیح داده اند زیرا جمع انتخاب کنندگان ۱۰۵ است. $105 - 50 = 55$ یعنی در ترکیب های BAC و BCA و CBA، B به A ترجیح داده شده است، یعنی به وسله افراد زیر

$$N3 + N4 + N6 = 10 + 25 + 20$$

- بنابراین B می توانست قبل از A قرار گیرد:
- اما C هم به B ترجیح داده شده است، به صورت زیر:

$$N2 + N5 + N6 = 30 + 10 + 20$$

برمی گردیم به جدول ترکیب ها و برای تسریع، اعداد را اندکی تغییر می دهیم، چون حالا دیگر با مسئله کم و بیش آشنا هستیم، همان ۱۰۵ نفر انتخاب کنند و ۳ نفر نامزد A, B, C هستند.

۳- حالت کندرسه

اما، چنانکه گویی جریان امور هنوز بقدر کفایت پیچیده و بغرنج نشده است، کندرسه نشان داد که عملاً حالاتی وجود دارد که بعد از تحلیل ارجحیت ها باز هم نمی توان هیچ تصمیمی درباره آنها گرفت. این چیزی است که حالت کندرسه نامیده می شود.

تحلیل ارجحیت ها

جدول جدید به صورت زیر خواهد بود:

10	ABC	N_1
30	ACB	N_3
20	BAC	N_3
15	BCA	N_4
10	CAB	N_5
20	CBA	N_6

بنا به قاعده اکثریت:

A	۴۰ رأی دارد
B	۳۵ رأی دارد
C	۳۰ رأی دارد

و ترتیب اکثریت آن چنین است: $A > B > C$

و بنا به اصل پیشنهادی بوردا، داریم $A: 215, C: 210, B: 205$ یعنی $A > C > B$ ، ولی اگر اصل ارجحیت آرا را در نظر بگیریم چنین خواهیم داشت. $C > B > A > C$. حالا آن را بر مبنای ترتیب ارجحیت نشان دهیم، با توجه به اینکه به محض آنکه مجموع اعداد از نصف کل یعنی از $52/5$ متجاوز شد ارجحیت محرز است.

بنابراین خواهیم داشت:

$$10+30+20=60 \quad N1 + \quad N2 \quad + \quad N3 = \text{بوسیله } C > A$$

$$10+30+20=60 \quad N2 + \quad N5 \quad + \quad N6 = \text{بوسیله } B > C$$

$$10+25+20=55 \quad N3 + \quad N4 \quad + \quad N6 = \text{بوسیله } A > B$$

که ترتیب ارجحیت چنین خواهد بود : گروه A را به C و C را به B و B را به ترجیح داده است. متذکر شویم که هیچ فردی رای باطلی چون ترجیح A به B و B به A در عین حال نداده است. در بیان ریاضی ، همه ترجیحات متعدی (transitive) هستند ، در حالی که ترجیح اجتماعی چنین نیست .

ما در برابر " حالت کندرسه " هستیم. هر بار که "حالت کندرسه " واقع شود نمی توان ترجیح اجتماعی یعنی اراده عمومی را تعیین کرد .

ب - قضیه ارو (Le théorème d'Arrow)

بدیهی است که برای نشان دادن حالت کندرسه ما اعدادی را انتخاب کردیم که چنین وضعی را ایجاد می کند، و می توان از خود سؤال کرد که آیا چنین وضعی فراوان است. در جواب باید بگوییم آری، زیرا محاسبه شده است که با سه نامزد " حالت کندرسه " در ۶/۵٪ حالات پدید می آید

- چنانچه سه انتخاب کننده وجود داشته باشد . و بطور منظم تا ۸/۸٪ افزایش می یابد وقتی که تعداد انتخاب کننده عملاً بینهایت باشد. باید پذیرفت که چنین نسبتی قابل اغماض نیست و اهمیتش بیش از آن است که قانونگذار آن را **نادیده انگارد** .

سه انتخاب کننده



• به همین دلیل، باید دید قانونگذار چه قواعدی را باید در قانون اعلام کند تا از بروز حالت کندرسه اجتناب شود، یعنی مواردی که در آنها تعیین اراده عمومی غیر ممکن می گردد. در اینجا است که اهمیت خلق یک اثر اساسی در سال ۱۹۵۱ توسط یک ریاضیدان نابغه و برنده جایزه نوبل ۱۹۷۲ کنت جی . ارو (Kenneth J.Arrow) که من در سال ۱۹۷۰ افتخار شاگردی اش را داشتم . آشکار می شود .

کنت جی . ارو

- قضیه آرو موضوع "کتاب انتخاب اجتماعی و ترجیحات فردی" است .
- این اثر باعث و انگیزه کارهای متعددی ، مخصوصا " نزد شاگردان آرو که استاد علوم اقتصادی دانشگاه هاروارد است ، شده است .
- قضیه آرو نه در صورت مسئله اش ساده است و نه در راه حلش . اجمالا " معنایش این است که اگر قبول قواعد نا معقول یا حیرت انگیز برای تعیین ترجیح اجتماعی منع شود، غیر ممکن است حتی یک قاعده انتخاباتی پیدا کرد که در همه حالات تعیین اراده عمومی را تضمین کند.

- ۱-قاعده انتخاباتی چیست ؟
- لازم است بخوبی فهمیده شود چه چیزی اینجا قاعده انتخاباتی نامیده می شود .
- یک مثال ساده ما را در این راه کمک خواهد کرد .
- فرض کنیم دونفر A و B و یک پیشنهاد p برای تصویب یارد داریم .
- چهار حالت ممکن است اتفاق بیفتد : A و B هر دو تصویب یارد خواهند کرد یا A تصویب و B رد خواهد کرد، یا A رد و B تصویب خواهد کرد .

- در اینجا است که باید خوب فهمیده شود قاعده چیست: برای اعلام تصمیم جمعی در این چهار حالت، شانزده قاعده امکان پذیر است. فی المثل، گفته خواهد شد که تصمیم جمعی "بلی" است اگر A و B هر دو "بلی" بگویند، یا اینکه تصمیم جمعی "بلی" است فقط در صورتی که لااقل یکی از دو فرد "بلی" گفته باشد، ولی همچنین می توان اعلام کرد که تصمیم جمعی "نه" است وقتی که هر دو نفر A و B "بلی" گفته باشند، یا آنکه لااقل یکی از آنها "بلی" گفته باشد.

- بنابر این بازهم چهار حالت داریم . همچنین می توان اعلام کرد که انتخاب های جواب های و هر چه باشد ، تصمیم جمعی "بلی" است ، یا اینکه هرچه با شد تصمیم جمعی "نه" خواهد بود، یا اینکه هنوز امکان این هست که اعلام شود تصمیم جمعی با انتخاب A مطابق خواهد بود یا اینکه با انتخاب B ، یا اینکه تصمیم جمعی مخالف انتخاب های A یا B خواهد بود .

تصمیم جمعی

در اینجا ما ده قاعده ممکن را برشمردیم. در جدول کامل صفحه بعد علامت + یعنی تصویب یا "بلی" و علامت - یعنی رد یا "نه".

A و B چهار حالت ۱۶ قاعده	+ +	+ -	- +	- -
۱	+	+	+	+
۲	+	+	+	-
۳	+	+	-	+
۴	+	+	-	-
۵	+	-	+	+
۶	+	-	+	-
۷	+	-	-	+
۸	+	-	-	-
۹	-	+	+	+
۱۰	-	+	+	-
۱۱	-	+	-	+
۱۲	-	+	-	-
۱۳	-	-	+	+
۱۴	-	-	+	-
۱۵	-	-	-	+
۱۶	-	-	-	-

آنچه با کلمات بیان کرده بودیم در این جدول با علائم می بینیم.

مخصوصاً "قواعد (۱) و (۱۶) برای اعلام تصمیم جمعی هیچ اعتنایی به عقاید A و B ندارد. با این قواعد می توان گفت که تصمیم جمعی "تحمیلی (imposee) است.

قاعده (۴) فقط به عقیده A توجه دارد و قاعده (۶) فقط به عقیده B.

چنین قواعدی که تصمیم جمعی را وابسته به عقیده یک فرد تنها می کند قواعد "استبدادی" (dictatorial) نامیده می شود .

چنانکه ملاحظه خواهیم کرد، در میان شرایطی که باید در قواعد تصمیم جمعی منظور شود تا نه "نا معقول" باشد و نه "حیرت انگیز" ، ارو پیشنهاد می کند که این تصمیم نه "تحمیلی" باشد و نه "استبدادی".

۲- قضیه ارو

حال مسئله دیگر محدود به دو فرد نیست که میان ۲ "انتخاب" (option) یکی را انتخاب کنند ، بلکه از n فرد دعوت می شود که میان P "انتخاب" یکی را انتخاب کنند (ارو مسئله را با ۳ امکان انتخاب تشریح می کند) .

نباید منتظر یک تشریح ساده بود. در حالتی که شرح آن گذشت ۲ انتخاب کننده بود و ۲ انتخاب برای انتخاب کردن و دیدیم که ۱۶ قاعده وجود داشت . اما در حالتی که ۳ انتخاب باشد که ۳ انتخاب کننده باید از میان آنها انتخاب کنند ، شماره قواعد ممکن برابر است با 2×10^{2446} $= (13^3) 13$ یعنی ۲ و ۲۴۰۰ صفر در جلایش .

یک صفحه تمام برای نوشتن همه ارقام این عدد لازم است. مقدار این عدد تقریباً برابر است با تعداد ملکولهای موجود در کهکشان ما (تعداد ملکولک های کره زمین اندکی کمتر از 10^{50} است) . با رأی ارو n انتخاب کننده در نظر می گیرد $n \geq 3$. تعداد قواعد ممکن باز هم بیشتر است

تعداد ملکولهای موجود در
کهکشان ما

ارو ابتدا همه ترتیب هایی را که هر انتخاب کننده می تواند میان انتخاب هایی که به او پیشنهاد شده است بدهد تعیین می کند. این ترتیب ها "بر پایه دو" (binaires) است : یعنی هر انتخاب کننده ای میان انتخاب هایی که ۲ به ۲ مرتب شده انتخاب هایش را انجام می دهد. این انتخاب ها همچنین "متعدی" (transitif) هستند ، یعنی " دورانی " (Circulaire) نیستند. بالاخره انتخابها " کامل " (Complet)

هستند ، یعنی اینکه هر یک از ۳ انتخاب موضوع یک انتخاب در رابطه با تمامی انتخاب های دیگر است

پس از آنکه همه ترتیب های فردی انجام شد، از آن ترتیب های محتمل برای گروه انتخاب کننده ها نتیجه می شود. در رابطه با این ترتیب های محتمل برای گروه است که ارو " **تابع انتخاب اجتماعی** " (Fonction de Choix Social) را تعریف می کند . این تابع عبارت است از قاعده مناسب برای همه حالات که تعیین یک ترتیب اجتماعی را بر مبنای هر توالی n ترتیب می سازد و هریک از این n ترتیب ها فی نفسه معرف عقیده یکی از n انتخاب کننده است .

به عبارت دیگر، تابع انتخاب اجتماعی قاعده ای است که اجازه می دهد از شناخت ترجیحات انفرادی (ارزش های انفرادی) به تعیین اراده عمومی (انتخاب اجتماعی) رسید .

تابع انتخاب اجتماعی مطلوب باید یک تابع انتخاب معقول باشد. فی المثل اگر اتفاق آراء انتخاب X را ترجیح می دهد، نا معقول خواهد بود که گفته شود انتخاب جمعی به Y متمایل است .

ملاحظه می شود که تعدادی تنگنا، لاقل به صورت مکنون ، در قاعده ای که می باید انتخاب جمعی را تعیین کند وجود دارد .

اهمیت کار ارو در این است که پنج تا از این تنگناها را معلوم کرده است ، تنگناهایی به ظاهر بی اهمیت که همیشه به هنگام تعیین اراده جمعی تلویحا " یا تصریحا" پذیرفته شده اند ، ولی در واقع بسیار محدود کننده اند زیرا اگر همه آنها رعایت شود هیچ تابع انتخاب اجتماعی وجود نخواهد داشت. قضیه ارو همین جاست . با پنج تنگنای بی اهمیت که یقینا " در همه حالات تعیین انتخاب اجتماعی پذیرفته می شود ، هیچ قاعده ای برای تعیین انتخاب اجتماعی و هیچ قانون اساسی ای که بتوان پیش از رای گیری وضع کرد، وجود ندارد

برای بیان این پنج تنگنا که تعداد قواعد را در میان مجموع قواعد محتمل ، محدود کند اول با تنگنای چهارم و پنجم ، بر حسب نظمی که خود ارو قائل شده است ، شروع می کنیم .

ارو شرط چهارم خود را چنین بیان می کند: تابع انتخاب اجتماعی نباید تحمیلی باشد. معنایش این است که نتیجه رای گیری نباید بدون اعتنا به ترجیحات انتخاب کنندگان، از پیش مشخص شده باشد، در حالت ساده شده ای که قبلا "ارائه شد ، معنایش این است که قاعده (۱) و قاعده (۱۶) منتفی هستند .

شرط پنجم این است که قاعده نباید " استبدادی " باشد . این شرط قواعد (۴) و (۶) مثال قبلی را منتفی می کند که در آنها نتیجه انتخابات فقط در گرو رای یک انتخاب کننده بدون اعتنا به انتخاب های انتخاب کنندگان دیگر است. شرط دوم که شرط یکنواختی (monotonie) نامیده شده مستلزم آن است که هرگاه قاعده برای انتخاب اجتماعی رتبه ای برای انتخابی با رتبه بندی ای جمعی در پی داشته باشد، اگر لااقل یکی از انتخاب کنندگان این انتخاب را در ردیف ترجیحات خود بالا برد این انتخاب یا مرتبه اش را حفظ کند یا مرتبه بهتری کسب کند.

یک شرط دیگر (شرط سوم ارو) این است که وقتی همه انتخاب کنندگان در باره همه انتخاب ها نظر خویش را بیان کردند، اگر یکی از انتخاب ها در موقع تعیین رتبه بندی جمعی حذف گردد، رتبه بندی اجتماعی نسبی انتخاب های باقی مانده تغییری نخواهد کرد (این شرط عدم وابستگی نسبت به خارج است) .

بالاخره شرط یکم این است که همه ترجیحات انتخاب کنندگان میان انتخاب های x و y و z پذیرفته شده باشد .

۳- ماهیت استدلال

چنانچه ۵ تنگنا پذیرفته شود ارو بطوری که قبلا "هم گفتیم ، نشان می دهد هیچ که قاعده ای ، خواه قاعده اکثریت یا قاعده ارجحیت ها یا قاعده نمره گذاری بوردا ، و خلاصه هیچ یک از ۱۰۲۵۰۰ قاعده پذیرفتنی نیست .

برای اینکه یک نتیجه خوب فهمیده شود ، حدود و منطقش دانسته شود ، باید مکانیسم آن را فهمید، در اینجا یعنی استدلالش را. ولی برای اینکه تصویری از آن بدهیم باید ضمنا " مفهوم " مجموعه انتخاب کننده های تعیین کننده " برای یک زوج انتخاب را توضیح دهیم .

این زوج تشکیل شده است از دو انتخاب ممکن ، مثلاً " X و Y ، از میان سه انتخاب (X و Y و Z) که انتخاب کنندگان باید مرتب کنند. یک قسمت A از همه انتخاب کننده ها برای انتخاب X در مقایسه با Y ترجیح دهند،

قاعده انتخابی اعلام می دارد که X به Y ترجیح داده شده است . ما خواهیم پذیرفت (و می توان آن را بر مبنای ۵ شرط بیان شده توسط ارو ثابت کرد) که :

فرضیه ۱ : همیشه لااقل یک مجموعه تعیین کننده وجود دارد. این ممکن است اتفاق آراء ، اکثریت کیفی، اکثریت ساده، یا هر مجموعه دیگر باشد به شرط آنکه تعریف مجموعه تعیین کننده مراعات شده باشد .

فرضیه ۲ : لااقل یک مجموعه تعیین کننده با نفرات حداقل (minimum) وجود دارد .

فرضیه ۳ : نفرات این مجموعه تعیین کننده اخیر از یک بیشتر است به عبارت دیگر، یک انتخاب کننده به تنهایی نمی تواند تعیین کننده باشد ، یعنی تعیین کننده برای یک زوج انتخاب. در واقع، ارونشان می دهد که در چنین صورتی ، این یک انتخاب کننده برای تمامی زوج های انتخابی تعیین کننده است و در این حالت انتخاب کننده " استبدادی " می شود، و این نقیض شرط پنجم برای تعیین قاعده انتخاب اجتماعی است .

حال مطابق با فرضیه ۲، مجموعه تعیین کننده V را با نفرات حداقل فرض کنیم و در آن انتخاب کننده ها X را به Y ترجیح دهند. این مجموعه شامل k انتخاب کننده است، k بنابه فرضیه ۳، میان ۲ و n قرار دارد، و n تعداد کل انتخاب کننده ها است.

حال یک مجموعه V در نظر بگیریم، یعنی قسمتی از مجموعه V ، که فقط شامل یک عضو باشد. این یک عضو X را به Y ترجیح می دهد چون عضو مجموعه V است که در آن همه افراد X را به Y ترجیح می دهند. ولی درباره ترجیحات دیگر اعضای مجموعه V چیزی گفته نشده است. بنابر شرط ۱ آرو، همه ترجیحات پذیرفتنی هستند. بنابراین می توان فرض کرد که این انتخاب کننده V' ، Y را انتخاب کرده و آن را به Z ترجیح داده است و در نتیجه (بواسطه متعددی بودن) X را به Z ترجیح داده است.

مجموعه V'' را در نظر بگیریم، یعنی مجموعه اعضای دیگر مجموعه V .

آنها Z را به X ترجیح می دهند، که نتیجه اش ترجیح Z به Y است.

بالاخره مجموعه W را در نظر بگیریم که از بقیه انتخاب کننده هایی که عضو مجموعه V نیستند تشکیل شده است (ممکن است اساساً این مجموعه تهی باشد). ما خود را در حالتی قرار می دهیم که در آن انتخاب کننده ها Y را به Z و Z را به X ترجیح می دهند، که نتیجه آن ترجیح Y به X است.

همه اینها، به طوری که ملاحظه می شود وضعیتی را تشکیل می دهند که احتمال وقوع آن وجود دارد و با هیچ یک از شرایط، هیچ یک از تعاریف، و هیچ یک از فرضیه هایی که برشمردیم مانعاً الجمع نیست.

با توجه به مراتب فوق، معلوم می گردد قاعده ای که بخواهد اعلام کند انتخاب اجتماعی xpz (x به z ترجیح داده شده) است. قابل قبول نخواهد بود.

در واقع فقط عضو منحصر بفرد مجموعه V' ترجیح X به Z را انتخاب کرده است. این انتخاب کننده بنابراین برای تمامی گروه تعیین کننده می شود. و مجموعه تعیین کننده حداقل را تشکیل می دهد. لکن، بنا بر فرضیه ۳، مجموعه تعیین کننده حداقل باید دو عضو داشته باشد. بنابراین، انتخاب اجتماعی نمی تواند xPz باشد.

از این نتیجه می شود که " x به Z ترجیح داده نشده است" انتخاب اجتماعی است، یعنی اینکه انتخاب اجتماعی یکی از این دو حالت است: " x به Z ترجیح داده شده است"، یا " z و x بطور مساوی پذیرفته شده اند".

به این دو حالت باید انتخاب " X به Y ترجیح داده شده است " را اضافه کنیم، در نتیجه $Z \geq X \geq$
 X یعنی اینکه $Z > Y$. در حالی که فقط اعضای مجموعه " V چنین انتخابی را کرده اند. نتیجتاً "
مجموعه " V برای " Z به Y ترجیح داده شده است " تعیین کننده خواهد بود. لکن تعداد اعضای
مجموعه " V کمتر از مجموعه V است.

حال آنکه ما مجموعه V را برای مجموعه تعیین کننده با حداقل اعضاء فرض کرده ایم . بنابراین ZPy بعنوان انتخاب اجتماعی قابل قبول نیست . لذا نمی توان X را با Z مقایسه کرد ، و در حالتی که ما خود را قرار داده ایم ، قاعده ای برای تعیین انتخاب اجتماعی وجود ندارد .

با چنین روشی است که ارو به استدلال خود تا پایان ادامه می دهد : روشی که هر مرحله آن، به طوری که ملاحظه شد، بسیار ساده لکن در نهایت بسیار پیچیده است چون مراحل متعداند.

بسیار ساده

• ۵- انتخاب اجتماعی: نمی تواند جز اینها باشد: XYZ ، ZXY ، YZX که به ترتیب، ترتیبی است که مجموعه های V' و V'' و W داده اند. زیرا سه ترتیب ممکن دیگر ترتیب داده کسی نیست و انتخاب های تحمیلی هستند. اگر برای انتخاب اجتماعی ترتیب XYZ از مجموعه V' انتخاب شود، استبدادی خواهد بود، که با شرط ۵ متناقض است. اگر ZXY انتخاب شود، مجموعه V'' تعیین کننده خواهد بود، در حالی که V'' اعضایش کمتر از مجموعه V' است، و V' بعنوان مجموعه تعیین کننده حداقل اعضاء فرض شده است. و بالاخره اگر انتخاب اجتماعی YZX باشد، مجموعه V دیگر برای زوج انتخاب X ، V تعیین کننده نیست، زیرا در این حال V به X ترجیح داده شده است. بنابراین در حالت مورد نظر نمی توان قاعده ای برای انتخاب اجتماعی اعلام کرد

- در هر حال، نتیجه آن روشن است. از پارادکس کندرسه تا قضیه ارو، پیوسته در جهت افزایش دقت پیشرفت حاصل شده است، و به این نتیجه رسیده ایم که هیچ قانون انتخاباتی، هیچ قانون اساسی، هیچ "قاعده" ای اجازه نمی دهد تضمین کنیم که همیشه می توان اراده عمومی را بدون برخورد با وضعیت های غیر منطقی، بی معنی و متناقض تعیین کرد.